

2025 年 10 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(工)试题

课程代码:13174

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 掷两颗骰子,观察出现的点数, A 表示“点数之和为 2”, B 表示“点数之和为 12”, 则下列式子正确的是

A. $P(A) < P(B)$

B. $P(A) < P(\bar{B})$

C. $P(B) < P(A)$

D. $P(\bar{A}) < P(B)$

2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 则 $P\{X \geq 1\} =$

A. $e^{-\lambda}$

B. $\lambda e^{-\lambda}$

C. $1 - e^{-\lambda}$

D. 1

3. 若随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}}$, 则 X 服从的分布是

A. $N(0,1)$

B. $N(0, \sqrt{2})$

C. $N(0,2)$

D. $N(0,4)$

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立同分布, 且 $P\{X = -1\} = P\{X = 1\} = \frac{1}{2}$, 则下列式子正确的是

A. $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$

B. $P\{X = Y\} = 1$

C. $P\{X + Y = 0\} = \frac{1}{4}$

D. $P\{XY = 1\} = \frac{1}{4}$



5. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} ay, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $a =$
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
6. 设随机变量 $X \sim B(4, \frac{1}{2})$, 则 $E[(X+1)^2] =$
- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
7. 设 X, Y 为随机变量, $D(X) = 3$, $D(Y) = 5$, $D(X - 2Y) = 15$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
8. 下列关于大数定律的描述中, 正确的是
- A. 大数定律是描述大量随机试验的平均结果稳定性的定理
- B. 大数定律说明运用少量随机试验就能准确地预测结果
- C. 大数定律仅适用于有限次随机试验
- D. 大数定律表明所有随机事件都会趋向于一个确定值
9. 设 θ 为总体的未知参数, n 为样本容量, $[\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2]$ 是 θ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间, 则下列表述正确的是
- A. $[\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2]$ 包含 $n(1 - \alpha)$ 个样本
- B. $[\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2]$ 包含 θ 的概率为 $100(1 - \alpha)\%$
- C. n 固定, α 减小时, 置信区间长度减小
- D. α 固定, n 增加时, 置信区间长度增大
10. 设某种零件的长度 (单位: mm) 服从正态分布 $N(\mu, 4^2)$, 现随机抽取 9 个零件, 测得平均长度为 82, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验假设 $H_0: \mu = 80; H_1: \mu \neq 80$, 则检验统计量的值为
- A. 0.5 B. 1.5 C. 2.5 D. 3.5



非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 已知 $P(B)=0.5$, $P(A-B)=0.3$, 则 $P(A \cup B)=$ _____.
12. 设事件 A 表示“使用 AI 工具辅助学习课程的学生”, 事件 B 表示“学生通过课程考核”, 已知 $P(A)=0.6$, $P(B|A)=0.85$, $P(B|\bar{A})=0.8$, 则 $P(B)=$ _____.
13. 设在 4 次独立试验中, 每次试验事件 A 发生的概率相等, 若已知 A 至少发生 1 次的概率是 $\frac{65}{81}$, 则 A 在 1 次试验中发生的概率为_____.

$$14. \text{ 设随机变量 } X \text{ 的分布函数为 } F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ 0.3, & a \leq x < b, \\ 1, & x \geq b, \end{cases} \text{ 则 } P\left\{X \geq \frac{a+b}{2}\right\} = \text{_____}.$$

$$15. \text{ 设随机变量 } X \text{ 的概率密度为 } f(x) = \begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \text{ 则使 } P\{X > a\} = 15P\{X < a\} \text{ 成立的常数 } a = \text{_____}.$$

16. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$Y \backslash X$	0	1	2
1	0.1	0.3	a
2	0.1	0.1	0.2

则 $P\{X \leq Y\} = \text{_____}.$

17. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 服从区间 $[0, 2]$ 上的均匀分布, Y 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X \leq 1, Y \leq \ln 2\} = \text{_____}.$
18. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$, 则 $P\{X > 1\}$ 用 $F(x, y)$ 可表示为_____.
19. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $D(4X) = \text{_____}.$
20. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(1, 2, 2, 1, 0)$, 则 $E[(X - Y)^2] = \text{_____}.$
21. 设 X 为随机变量, $Y = 3 - 2X$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = \text{_____}.$
22. 设 $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 是独立同分布的随机变量, 且 $E(X_i) = 2, D(X_i) = 9$ ($i = 1, 2, \dots, 100$),

则依中心极限定理, $P\left\{\sum_{i=1}^{100} X_i > 230\right\}$ 用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 可近似表示为_____.



23. 设 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 是来自标准正态总体 X 的样本, 则统计量 $\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2$ 服从的 χ^2 分布的自由度为_____.
24. 设从 0-1 分布的总体中随机抽取样本, 观测值为 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 则参数 p 的矩估计值为_____.
25. 设假设检验中犯第二类错误的概率为 0.2, 且 H_0 为原假设, 则 $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 不真}\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 袋中有 4 个红球和 3 个白球, 每次无放回地随机抽取一球. 设事件 A 为“前两次均抽到红球”, 事件 B 为“第三次抽到白球”. 求 $P(A), P(B), P(B|A), P(AB)$.
27. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} k(x+y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$
- 求: (1) 常数 k ; (2) $P\{X+Y \leq 1\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \leq x < 1, \\ ax, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} Y = e^X$.
- 求: (1) 常数 a ; (2) $P\left\{\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}\right\}$; (3) Y 的分布函数 $F_Y(y)$.
29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash X \end{array}$	-1	0	1
-1	0	0.1	0
0	0.2	0.4	0.2
1	0	0.1	0

- (1) 试说明 X 与 Y 是否相互独立?
- (2) 试说明 X 与 Y 是否不相关?
- (3) 求 $D(X-Y+7)$.



五、应用题：本题 10 分。

30. 已知某种发酵饼干每份蛋白质的标准含量是 3（单位：g）。现随机抽取了 16 份进行蛋白质含量检测，结果为 $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ ，且 $\sum_{i=1}^{16} x_i = 49.6$ ， $\sum_{i=1}^{16} (x_i - 3.1)^2 = 21.6$ 。若每份发酵饼干的蛋白质含量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，试在显著性水平 $\alpha = 0.10$ 下，检验该种发酵饼干中蛋白质的平均含量与标准含量是否存在显著差异？
- （附： $t_{0.05}(15) = 1.75$ ）

