

2024 年 10 月高等教育自学考试  
**概率论与数理统计(工) 试题**  
 课程代码:13174

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

**注意事项:**

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 从装有三个白球和两个红球的袋中任取两个球, 事件  $A$  表示“取到两个红球”, 则  $\bar{A}$  表示

- A. 取到两个白球  
B. 至少取到一个红球  
C. 没有取到红球  
D. 至少取到一个白球

2. 设随机变量  $X$  的概率密度  $f(x)$  是偶函数, 则对任意  $a > 0$ ,  $P\{|X| > a\} =$

- A.  $2[1-F(a)]$       B.  $2F(a)-1$       C.  $2F(a)$       D.  $1-2F(a)$

3. 设随机变量  $X_i$  的分布律为  $\frac{X_i}{P} \begin{array}{ccc} -1 & 0 & 1 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{array} (i=1,2)$ , 且满足  $P\{X_1 X_2 = 0\} = 1$ ,

则  $P\{X_1 = X_2\} =$

- A. 0                      B. 0.25                      C. 0.5                      D. 1

4. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且分别服从正态分布  $N(0,1)$  和  $N(1,1)$ , 则下列等式成立的是

- A.  $P\{X + Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$
- B.  $P\{X + Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$
- C.  $P\{X - Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$
- D.  $P\{X - Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$



5. 设二维随机变量  $(X,Y)$  具有下述概率密度, 则  $X$  与  $Y$  是相互独立的为

A.  $f(x,y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

B.  $f(x,y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

C.  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0 < x < 1, -x < y < x, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

D.  $f(x,y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

6. 设随机变量  $X$  服从参数为 2 的指数分布,  $Y = 2X + e^{-2X}$ , 则  $E(Y) =$

A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D. 5

7. 设随机变量  $X$  与  $Y$  不相关, 且  $\frac{X}{P} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}, \frac{Y}{P} \begin{array}{c|ccc} & -2 & -1 & 0 \\ \hline & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$ , 则  $E(XY) =$

A. -0.99                      B. -0.2                      C. 0.99                      D. 2

8. 设总体  $X \sim N(1,9)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_9$  为来自该总体的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则在下列随机变量中服从标准正态分布的是

A.  $\frac{\bar{X}-1}{9}$                       B.  $\frac{\bar{X}-1}{3}$                       C.  $\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}}$                       D.  $\bar{X}-1$

9. 设总体  $X \sim U(\theta, 5\theta)$ , 其中未知参数  $\theta > 0$ , 又  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 若  $c\bar{X}$  为  $\theta$  的无偏估计, 则常数  $c =$

A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

10. 对正态总体的数学期望  $\mu$  进行假设检验, 如果在显著性水平 0.05 下接受

$H_0: \mu = \mu_0$ , 那么在显著性水平 0.01 下, 下列结论中正确的是

- A. 必拒绝  $H_0$                       B. 可能接受, 也可能拒绝  $H_0$   
C. 必接受  $H_0$                       D. 不接受, 也不拒绝  $H_0$



## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立, 且  $P(A)=p$ ,  $P(B)=q$ , 则  $P(\bar{A}B)=$ \_\_\_\_\_.

12. 设  $A, B$  是随机事件, 已知  $P(A)=0.5$ ,  $P(B)=0.6$ ,  $P(B|A)=0.8$ ,

则  $P(A \cup B)=$ \_\_\_\_\_.

13. 某人做试验, 成功的概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ ), 则此人在三次独立重复试验中至少失败一次的概率为\_\_\_\_\_.

14. 设随机变量  $X \sim B(2, 0.1)$ , 则  $P\{X > 1\}=$ \_\_\_\_\_.

15. 设随机变量  $X$  服从区间  $[1, 5]$  上的均匀分布, 则  $P\{-1 < X \leq 3\}=$ \_\_\_\_\_.

16. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$  且  $P\{X < a\} = P\{X > a\}$ , 则常数

$a=$ \_\_\_\_\_.

17. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

| $X \backslash Y$ | -1  | 0   | 1   |
|------------------|-----|-----|-----|
| -1               | 0.2 | 0.3 | 0.1 |
| 1                | 0.1 | 0.1 | 0.2 |

则  $P\{X=Y\}=$ \_\_\_\_\_.

18. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  服从参数为 3 的指数分布,  $Y$  服从参数为 4 的指数分布, 则  $P\{0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1\}=$ \_\_\_\_\_.

19. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $D(1-X)=$ \_\_\_\_\_.

20. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $E(X)=E(Y)=1$ ,  $D(X)=2$ ,  $D(Y)=4$ ,

则  $E[(X+Y)^2]=$ \_\_\_\_\_.

21. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 都服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 令  $\xi = 2X + Y$ ,  $\eta = 2X - Y$ ,

则  $\xi$  与  $\eta$  的相关系数  $\rho_{\xi\eta}=$ \_\_\_\_\_.



22. 据以往经验, 某种电器元件的寿命  $X$  (单位:  $h$ ) 服从均值为  $100h$  的指数分布, 现随机地取 16 只, 设它们的寿命是相互独立的,  $\Phi(x)$  为标准正态分布函数, 且  $\Phi(0.8)=0.7881$ , 则这 16 只元件寿命的总和超过  $1920h$  的概率约为\_\_\_\_\_.

23. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(0, 1)$ , 若  $\sum_{i=1}^n X_i^2$  服从自由度为 10 的卡方分布  $\chi^2(10)$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

24. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 0.81)$ , 由来自  $X$  的容量为 9 的样本计算得样本均值  $\bar{x} = 5$ ,  $\Phi(x)$  为标准正态分布函数, 且  $\Phi(1.96) = 0.975$ , 则未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信上限是\_\_\_\_\_.

25. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  未知, 记  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,

$Q^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则欲检验假设  $H_0: \mu = 0; H_1: \mu \neq 0$ , 所用的  $t$  检验统计量用  $\bar{X}, Q^2$

表示为\_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分.

26. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

| $X \backslash Y$ | 0   | 1   |
|------------------|-----|-----|
| 0                | 0.1 | $b$ |
| 1                | $a$ | 0.2 |
| 2                | 0.1 | 0.2 |

且  $P\{Y=1|X=0\} = 0.6$ .

求: (1) 常数  $a, b$ ; (2)  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘分布律.

27. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$   $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样

本. (1) 求  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta}$ ; (2)  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的无偏估计吗? 为什么?



四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量  $X$  服从区间  $[-a, a]$  上的均匀分布，其中  $a > 0$ ，且  $P\{|X| > 1\} = P\{|X| < 1\}$ ，

又记  $Y = -3X + 1$ 。

求：(1) 常数  $a$ ；(2)  $X$  的分布函数  $F_X(x)$ ；(3)  $Y$  的概率密度  $f_Y(y)$ 。

29. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立， $X$  的概率密度为  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{8}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$   $Y$  服从区

间  $[0, 4]$  上的均匀分布。

求：(1)  $(X, Y)$  的概率密度  $f(x, y)$ ；

(2)  $E(X), D(X)$ ；

(3)  $E(X - Y + 3), D(X - Y + 3)$ 。

五、应用题：本题 10 分。

30. 已知一批产品中 95% 是合格品，检查产品质量时，一件合格品被误判为次品的概率为 0.02，一件次品被误判为合格品的概率为 0.04。

求：(1) 任意抽查一件产品，它被判为次品的概率；

(2) 一件经检查被判为次品的产品确实是次品的概率。

