



5. 下列函数中, 可以作为某随机变量概率密度的是

A.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

B.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

C.  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

D.  $f(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

6. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$  则  $P\left\{\frac{1}{4} \leq X < 4\right\} =$

A. 0

B.  $\frac{1}{8}$

C.  $\frac{7}{8}$

D. 1

7. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

| $Y \backslash X$ | 0   | 1   | 2   |
|------------------|-----|-----|-----|
| -1               | 0   | 0.2 | 0.1 |
| 0                | 0.3 | 0.1 | 0   |
| 1                | 0.1 | 0   | 0.2 |

则  $P\{XY=0\} =$

A. 0.3

B. 0.5

C. 0.7

D. 0.8

8. 设  $X$  服从参数为3的泊松分布, 则  $E(X^2) =$

A. 3

B. 6

C. 9

D. 12

9. 设  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的样本,  $E(X) = \mu$ , 若  $\hat{\mu} = \frac{1}{2}X_1 - aX_2 + 2aX_3$  是  $\mu$  的无偏估计, 则常数  $a =$

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$

10. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$  是来自总体  $N(\mu, 1)$  的样本,  $\bar{X}$  与  $S^2$  分别是样本均值和样本方差, 欲检验假设  $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ , 则采用的检验统计量是

A.  $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)$

B.  $\sqrt{n-1}(\bar{X} - \mu_0)$

C.  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n-1}}$

D.  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S}$



## 非选择题部分

### 注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

### 二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设  $A, B$  是事件, 若  $P(A) = \frac{1}{3}, P(\bar{B} | A) = \frac{2}{5}$ , 则  $P(AB) =$ \_\_\_\_\_.

12. 设事件  $A$  与  $B$  相互独立, 已知  $P(B) = \frac{1}{2}, P(A\bar{B}) = \frac{1}{3}$ , 则  $P(A) =$ \_\_\_\_\_.

13. 甲乙两名射手独立地向目标射击. 设甲射中目标的概率是 0.7, 乙射中目标的概率是 0.8, 则目标被击中的概率是\_\_\_\_\_.

14. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $P\left\{\frac{1}{3} < X \leq 2\right\} =$ \_\_\_\_\_.

15. 设随机变量  $X$  服从指数分布, 且  $P\{X > 1\} = e^{-1}$ , 则  $P\{X > 2\} =$ \_\_\_\_\_.

16. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则  $c =$ \_\_\_\_\_.

17. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$  其分布

函数为  $F(x, y)$ , 则  $F(0, 1) =$ \_\_\_\_\_.

18. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度  $f_X(x) =$ \_\_\_\_\_.

19. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X \sim B(16, 0.5)$ ,  $Y$  服从参数为 3 的泊松分布, 则  $D(X - Y) =$ \_\_\_\_\_.

20. 设随机变量  $X \sim N(1, 3^2)$ ,  $Y \sim N(0, 4^2)$ , 且  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ ,

则  $\text{Cov}(X, Y) =$ \_\_\_\_\_.

21. 设随机变量  $X \sim B(100, 0.4)$ , 则用切比雪夫不等式估计  $P\{|X - 40| > 6\} \leq$ \_\_\_\_\_.

22. 已知总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  为来自  $X$  的样本, 则  $X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{16}^2$  服从的分布是\_\_\_\_\_.



23. 已知总体  $X$  服从参数为 3 的泊松分布,  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{X}$  是样本均值, 则  $D(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

24. 设  $X_1, X_2$  为来自总体  $X$  的样本, 且  $E(X) = \mu$ ,  $D(X) = \sigma^2$ , 设  $u = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ,  $v = 2X_1 - X_2$ , 则  $u$  和  $v$  作为  $\mu$  的估计, 较为有效的是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

25. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{25}$  为来自总体  $X \sim N(\mu, 5^2)$  的样本,  $\bar{X}$  是样本均值, 在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下检验  $H_0: \mu = 0; H_1: \mu \neq 0$ , 则检验的拒绝域为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(附:  $u_{0.025} = 1.96$ )

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 3y^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1)  $P\{X+Y \leq 1\}$ ; (2)  $E(XY)$ .

27. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本,  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

其中未知参数  $\alpha > -1$ , 现抽样得到样本观测值为 0.1, 0.3, 0.6, 0.7, 0.8, 0.8.

求: (1)  $\alpha$  的矩估计值; (2)  $\alpha$  的极大似然估计值.

(附:  $\ln(0.1 \times 0.3 \times 0.6 \times 0.7 \times 0.8 \times 0.8) \approx -4.8$ )

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 将两封信随机地投入编号为 1, 2 的两个邮筒, 设  $X, Y$  分别表示投入第 1, 2 号邮筒中信的数目.

求: (1)  $(X, Y)$  的分布律; (2)  $X$  的分布律及  $P\{X \leq 1\}$ ; (3)  $Z = X - Y$  的分布律.

29. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 2(x+y), & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

求: (1)  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度  $f_X(x)$ ;

(2)  $(X, Y)$  关于  $Y$  的边缘概率密度  $f_Y(y)$ ;

(3)  $\text{Cov}(X, Y)$ .



五、应用题：本题 10 分。

30. 某品牌袋装食品重量的合格标准是平均重量为  $250g$  . 现在进行市场抽查, 检测了 16 袋, 得到样本均值为  $248g$  , 样本标准差为  $5g$  . 假设食品重量服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  , 试问此品牌袋装食品的重量是否合格? (附:  $\alpha = 0.05, t_{0.025}(15) = 2.13$  )

