

2023 年 10 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(经管类)试题
课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 A, B 为随机事件,则 $\overline{AB} =$
A. $\overline{A} \cap \overline{B}$ B. $A \cap \overline{B}$ C. $\overline{A} \cap B$ D. $\overline{A} \cup \overline{B}$
2. 设随机变量 $X \sim N(-3, 2)$, 则下列随机变量服从标准正态分布的是
A. $\frac{X+3}{2}$ B. $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{X-3}{2}$ D. $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$
3. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	c	$2c$

, 则 $P\{X \geq 1\} =$
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1
4. 设 X 服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P\{|X| < 1\} =$
A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
5. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$		
	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

- 则 $P\{Y - X \geq 1\} =$
A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8



6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且分别服从参数为 2 与 3 的泊松分布, 则 $P\{X+Y=0\}=$
- A. e^{-5} B. e^{-3} C. e^{-2} D. e^{-1}
7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X)=3$, $D(Y)=2$, 则 $D(2X-Y)=$
- A. 4 B. 8 C. 14 D. 16

8. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$		2	3
	0	0.2	0
	1	0.3	0.5

则 $E(XY)=$

- A. 0.8 B. 1.5 C. 2.1 D. 2.5
9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ ($n \geq 2$) 是来自 X 的样本, $\bar{X}$ 是样本均值, 则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 服从的分布是
- A. $\chi^2(n)$ B. $\chi^2(n-1)$ C. $t(n)$ D. $t(n-1)$
10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自 X 的样本, 其中 σ^2 未知, $\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差, 检验假设 $H_0: \mu=1; H_1: \mu \neq 1$, 采用的检验统计量为
- A. $\frac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$ B. $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$ C. $\frac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$ D. $\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$



非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设 A, B 是随机事件, 则随机事件 “ A, B 中至少有一个发生” 表示为_____。

12. 盒中有 3 个白球, 2 个红球, 若不放回地随机取出两球, 则第二次才取到白球的概率是_____。

13. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$, $F(x)$ 是 X 的分布函数,

则 $F(1.5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} c\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 且 $P\{X > 1\} = e^{-1}$, 则 $P\{X > 3\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(0, 1)$, 且 X, Y 相互独立, 则二维随机变量 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, 且 $Y = 3 - 2X$, 则 $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 设随机变量 $X \sim B(16, 0.5)$, 随机变量 Y 服从参数为 9 的泊松分布, 则 $E(X - 2Y + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 已知 $E(X) = 2$, $E(Y) = 2$, $E(XY) = 4$, 则 X, Y 的协方差 $\text{Cov}(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 设 $X \sim B(100, 0.4)$, 则利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X - 40| \geq 6\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ 。

21. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, $X_1, X_2, \dots, X_8$ 是来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 则 $E(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

22. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自 X 的样本值, 其样本均值 $\bar{x} = 3$, 则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

23. 设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值; 总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 为来自 Y 的样本, $\bar{Y}$ 为样本均值, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $D(\bar{X} + \bar{Y}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

24. 设总体 $X \sim N(\mu, 16)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值. 欲检验假设: $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$, 则采用检验统计量的表达式为_____。

25. 在一元线性回归模型 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ 中, 记 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$,

$L_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2, L_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$, 则 β_1 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 据统计某仪器在 A, B, C 三种不同状态下工作时间比例为 7:2:1, 且发生故障的概率分别为 0.01, 0.02, 0.04.

求: (1) 该仪器发生故障的概率;

(2) 当仪器发生故障时, 恰在状态 B 下工作的概率.

27. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} cy^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) 常数 c ; (2) $P\{X+Y < 1\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

且 X 与 Y 相互独立.

求: (1) X 的概率密度 $f_X(x)$; (2) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$; (3) $P\{X+Y \leq 1\}$.

29. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(100, 0.9)$, $Y \sim N(0, 4^2)$, 且 X 与 Y 的相关系数

$$\rho_{XY} = -\frac{1}{2}, \text{ 设 } Z = \frac{X}{3} - \frac{Y}{2}.$$

求: (1) $D(Z)$; (2) ρ_{XZ} .

五、应用题：本题 10 分。

30. 黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0.618 的矩形, 这种矩形会给人比较舒适的视觉感. 设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值” $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现从一批产品中随机抽查 9 件测其“比值”, 并计算得样本均值 $\bar{x} = 0.614$, 样本标准差 $s = 0.036$. 试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计?

(附: $\alpha = 0.05, t_{0.025}(8) = 2.306$).

