

全国 2020 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

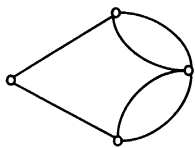
1. 设 P : 我周末不加班, Q : 我去爬山, 命题“只要我周末不加班, 我就去爬山”符号化为

A. $\neg P \vee \neg Q$ B. $P \vee Q$ C. $P \rightarrow Q$ D. $Q \rightarrow P$

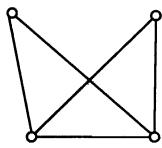
2. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

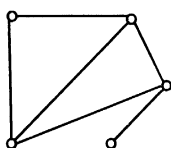
3. 下列图为欧拉图的是



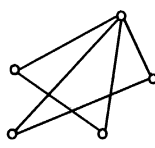
A.



B.



C.



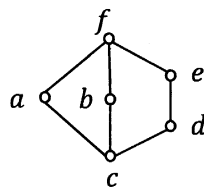
D.

4. 如题 4 图所示的格中, 元 e 的补元是

A. a 和 b B. a 和 c
C. a 和 d D. a 和 f

5. 下列命题公式为矛盾式的是

A. $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q \vee R$ B. $(P \vee (P \wedge Q)) \leftrightarrow P$
C. $\neg(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ D. $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$



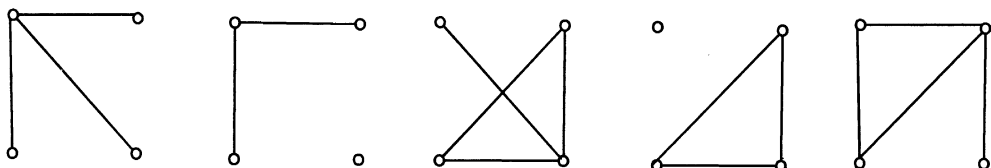
题 4 图



6. 设集合 A 中有4个元素, 则 A 的不同的等价关系的个数为

- A. 11 B. 12 C. 15 D. 16

7. 下列选项中与题7图互为补图的是



- A. B. C. D.

题7图

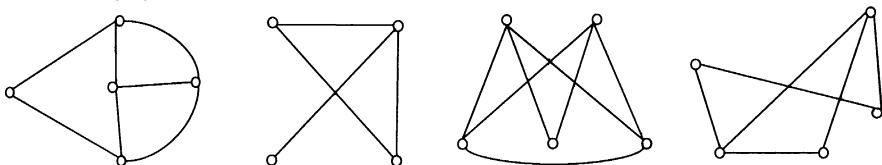
8. 在自然数集 N 上, $a, b \in N$, 不满足交换律的运算是

- A. $a * b = \min(a, b)$ B. $a * b = a + b$
C. $a * b = a - b$ D. $a * b = \max(a, b)$

9. 下列式子中, 不正确的是

- A. $\neg \exists x A(x) \Leftrightarrow \forall x \neg A(x)$ B. $\exists x(A \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow A \rightarrow \exists x B(x)$
C. $\neg \forall x B(x) \Leftrightarrow \exists x \neg B(x)$ D. $\forall x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow B$

10. 下列图中不是哈密顿图的是



- A. B. C. D.

11. 设 $\mathbf{R}$ 为实数集, 下列关系中能构成函数的是

- A. $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (y^2 - 2x = 1)\}$
B. $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (x^2 + 2y = 1)\}$
C. $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (2y/x = 1)\}$
D. $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (2y \cdot x = 1)\}$

12. 谓词公式 $\forall x(F(x) \wedge G(y)) \rightarrow \exists y(H(x) \rightarrow S(y, z))$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是

- A. $F(x) \wedge G(y)$ B. $F(x)$
C. $\forall x(F(x) \wedge G(y))$ D. $F(x), H(x)$

13. 设 R, S 均为集合 A 上的二元关系, 下列命题错误的是

- A. 若 R 和 S 是自反的, 则 $R - S$ 也是自反的
B. 若 R 和 S 是反自反的, 则 $R - S$ 也是反自反的
C. 若 R 和 S 是反对称的, 则 $R - S$ 也是反对称的
D. 若 R 和 S 是对称的, 则 $R - S$ 也是对称的

14. 下列度数列可简单图化的是

- A. (5, 4, 4, 2, 1) B. (3, 3, 1, 1) C. (4, 4, 3, 3, 2, 2) D. (4, 3, 2, 1)



15. 令 $S = \{a, b, c\}$ 上的二元运算 $*$ 如题 15 表所示, 则该代数系统不满足

- A. 交换律
- B. 幂等律
- C. 结合律
- D. 消去律

题 15 表			
$*$	a	b	c
a	a	b	b
b	b	b	b
c	b	b	c

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

16. 命题公式 $\neg(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge \neg R$ 的主析取范式中 含小项的个数为_____。
17. 设集合 $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$, 则 A 的幂集 $\mathcal{P}(A)$ 为_____。
18. 设论域为整数集, 命题 $\forall x \exists y (x + y = 10)$ 的真值为_____。
19. 设连通平面图 G 的每个面至少由 5 条边围成, 则 G 的边数 m 与顶点数 n 满足的不等式关系为_____。
20. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$, $S = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$, 则复合关系 $R \circ S^{-1}$ 为_____。
21. 公式 $\exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$ 对应的前束范式为_____。
22. 有 8 个顶点的无向完全图 K_8 , 需要删除_____条边才能得到生成树。
23. 设实数集 $\mathbf{R}$ 上的二元运算 $*$ 满足 $\forall a, b \in \mathbf{R}, a * b = a + b + ab$, 则 $(\mathbf{R}, *)$ 的幺元为_____。
24. 设无向树有 4 个度为 3 的分支点, 2 个度为 2 的分支点, 其余为树叶, 则树叶数为_____。
25. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 4, 6\}$, 给定函数 $f = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$, 则逆函数 f^{-1} 为_____。

三、简答题: 本大题共 7 小题, 第 26~30 小题, 每小题 6 分; 第 31~32 小题, 每小题 7 分, 共 44 分。

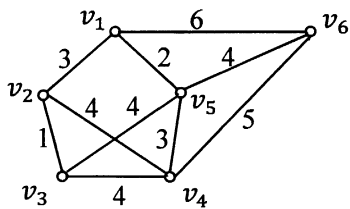
26. 用真值表判定命题公式 $(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg(P \vee R)$ 的公式类型。
27. 用等值演算法求命题公式 $\neg(\neg P \wedge Q) \vee Q$ 的主合取范式, 并给出成真赋值。
28. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上的二元关系 R 的关系图如题 28 图所示, 求 R 的集合表达式, 并给出 R 的关系矩阵 M_R 以及自反闭包的关系矩阵 $M_{r(R)}$ 。



题 28 图



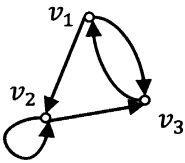
29. 利用 Kruskal 算法，求题 29 图所示的连通带权图的最小生成树，请给出详细过程，并画出最小生成树。



题 29 图

30. 设有向图 G 如题 30 图所示，

- (1) 写出图 G 的邻接矩阵；
- (2) 计算图 G 中长度为 3 的通路数；
- (3) 计算图 G 中长度小于或等于 3 的回路数。



题 30 图

31. 用二叉树表示算术表达式 $(2 * a + 1) * (2 * b - 3 * c)$ ，并给出先序、中序和后序遍历序列。

32. 设集合 $A = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$ ， $\leq$ 为整除关系，回答下列问题：

- (1) 画出 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图；
- (2) 求子集 $B = \{2,3,6,12\}$ 的极大元，极小元，最大元，最小元；
- (3) 判断该偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 是否为格。

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

33. 在整数集 $\mathbb{Z}$ 上定义二元运算 $\circ$ ： $a \circ b = a + b - 7, \forall a, b \in \mathbb{Z}$ ，证明 $\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ 构成交换群。

34. 用 CP 规则证明下面有效推理。

前提： $P \rightarrow (Q \rightarrow S), P \vee \neg R, Q$

结论： $R \rightarrow S$

35. 利用 3-正则图的性质证明：若有 n 个人，每个人恰有三个朋友，则 n 为偶数。

