

2024 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(工本)试题

课程代码:00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设向量 $\mathbf{a} = -2\mathbf{b}$, 且 $\mathbf{b} = \{1, -1, \frac{1}{2}\}$, 则向量 $\mathbf{a}$ 的模为

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. 3

2. 设函数 $z = x^2 - 2xy^2$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} =$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

3. 下列微分方程中,可分离变量的微分方程是

A. $y' = e^{xy}$

B. $y' - y = x$

C. $xy' = 2y$

D. $y' + y^2 = x^2$

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = 2$ 处收敛,则该幂级数在 $x = -1$ 处

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 敛散性不确定



5. 设积分区域 $D: 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2$, 则二重积分 $\iint_D (3x^2 + 2y) dx dy =$
- A. 4 B. 6 C. 7 D. 11
6. 将 oyz 平面上的曲线 $y^2 - z^2 = 4$ 绕 z 轴旋转一周, 所得旋转曲面的方程为
- A. $-x^2 + y^2 - z^2 = 4$ B. $x^2 + y^2 - z^2 = 4$
- C. $-x^2 - y^2 - z^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
7. 函数 $z = 3(x + y) - x^3 - y^3$ 的驻点是
- A. $(2, -1)$ B. $(1, -2)$ C. $(-1, -1)$ D. $(-1, 2)$
8. 设积分区域 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (x + y + z + 3) dx dy dz =$
- A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $\frac{5}{3}\pi R^3$ C. $2\pi R^3$ D. $4\pi R^3$
9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{9^n}$ 的和为
- A. $\frac{5}{8}$ B. 1 C. $\frac{8}{5}$ D. 2
10. 当 $x > 0$ 时, 微分方程 $y' - \frac{y}{x} = 0$ 满足 $y|_{x=1} = 2$ 的特解 $y^* =$
- A. $x + 1$ B. $\frac{2}{x}$ C. $\frac{2}{x^2}$ D. $2x$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、计算题: 本大题共 10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

11. 求过点 $(-1, 0, 1)$ 且与直线 $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-3}$ 垂直的平面方程。
12. 求两平面 $x - 2y - z + 8 = 0$ 和 $x + y + 2z + 3 = 0$ 的夹角 θ 。
13. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。



14. 求空间曲线 $L: x = t + 1, y = t^2, z = t^3$ 在点 $(2, 1, 1)$ 处的切线方程.
15. 设函数 $u(x, y, z) = 2\sqrt{xyz}$, 求梯度 $\text{grad}u(1, 1, 1)$.
16. 计算二重积分 $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$.
17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \int_L x^2 ds$, 其中 L 是由点 $A(-a, 0)$ 沿 $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ 到点 $B(a, 0)$ 的圆弧段.
18. 计算对坐标的曲线积分

$$I = \oint_L (x^2 y + 20x) dx - (xy^2 - 21y) dy$$

其中 L 为圆 $x^2 + y^2 = R^2$ 沿逆时针方向.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ 的敛散性.
20. 求微分方程 $y' + \frac{2y}{x} = 1$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 是否收敛? 若收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?
22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x dy dz$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z - 2 = 0$ 被三个坐标面所截得部分平面的上侧.

