

全国 2021 年 10 月高等教育自学考试

高等数学(工本) 试题

课程代码:00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设向量 $\alpha = \{0, -1, 1\}$, 则向量 2α 的模为
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
2. 设函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$
 A. $2x$ B. $\frac{2x}{x^2 + y^2}$ C. $\frac{2y}{x^2 + y^2}$ D. $\frac{2x + 2y}{x^2 + y^2}$
3. 下列微分方程中,不是一阶微分方程的是
 A. $x^2 y'' - xy' + y = 0$ B. $(x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$
 C. $x(y')^2 - 2xy' + x = 0$ D. $y' + y = \sin^2 x$
4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = 2$ 处发散,则该幂级数在 $x = -3$ 处
 A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 敛散性不确定
5. 设积分区域 $D: (x-1)^2 + y^2 \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D (3-y) dx dy =$
 A. 0 B. π C. 2π D. 3π



6. 在直线 $L: \begin{cases} x + 2y - z - 7 = 0 \\ 2x - y - z - 7 = 0 \end{cases}$ 上的点是

- A. (2, 1, -4) B. (1, -2, -3) C. (0, 0, -7) D. (0, 0, 7)

7. 函数 $z = 3 - x^2 - y^2$ 在点(0,0) 处

- A. 取得极大值 B. 取得极小值
C. 没有取得极值 D. 不能确定是否取得极值

8. 设积分区域 $\Omega: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} (4+x) dx dy dz =$

- A. 14 B. 16 C. 18 D. 20

9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

10. 设 C 是任意常数, 则微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解 $y =$

- A. $x + C$ B. $\frac{C}{x}$ C. Ce^x D. Ce^{x^2}

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、计算题: 本大题共 10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

11. 求过点 $M(-1, -2, 3)$ 且与平面 $x - 2y - z + 5 = 0$ 平行的平面方程.

12. 求过两点 $M_1(3, 1, -2)$ 和 $M_2(1, 0, 2)$ 的直线方程.

13. 求空间曲线 $\Gamma: x = t, y = t, z = t^2 - 3t$ 在点 $A(1, 1, -2)$ 处的切线方程.

14. 求函数 $u = xyz$ 在点 $A(2, 1, 1)$ 处的梯度.

15. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^z + 2xy - 3yz = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

16. 计算二重积分 $\iint_D (2x + y) dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $x + y = 2, y = x$ 及 x 轴所围的闭区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $I = \int_L (x + y) ds$, 其中 L 是由点 $A(2, -1)$ 沿直线 $x - 2y - 4 = 0$ 到点 $B(4, 0)$ 的直线段.



18. 计算对坐标的曲线积分

$$I = \oint_L (1 - 2x \sin y + 3x^2 y^2) dx + (2xy - x^2 \cos y + x) dy$$

其中 L 为圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的逆时针方向.

19. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{5^n}$ 的敛散性.

20. 求微分方程 $y'' + 4y' + 4y = 0$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{3^{n-1}}$ 是否收敛? 若收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

22. 计算对坐标的曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (1 - z^2) dx dy$, 其中 Σ 是半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 被三个坐标面所截得在第一卦限部分曲面的上侧.

