

2023 年 4 月高等教育自学考试

高等数学(工专)试题

课程代码:00022

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 下列函数中,有界函数是

A. $f(x) = \tan x, x \in (0, \frac{\pi}{2})$

B. $f(x) = \ln x, x \in (0, +\infty)$

C. $f(x) = \frac{1}{x+1}, x \in (-1, 0)$

D. $f(x) = \sin \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$

2. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$

A. 收敛

B. 发散

C. 可能收敛也可能发散

D. 前 n 项和一定有极限

3. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \cos[(1+x)^{\frac{1}{x}}] =$

A. e

B. $\cos e$

C. $\cos 1$

D. 不存在

4. 若 $\int f(x) dx = F(x) + C$, 则 $\int \frac{1}{x^2} f(\frac{1}{x}) dx =$

A. $-F(\frac{1}{x}) + C$

B. $F(\frac{1}{x}) + C$

C. $F(\frac{1}{x^2}) + C$

D. $-F(\frac{1}{x^2}) + C$



5. 设 A 和 B 均为三阶方阵, 则必有

A. $|A+B| = |A| + |B|$

B. $AB = BA$

C. $|AB| = |A||B|$

D. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 8 空, 每空 4 分, 共 32 分。

6. 函数 $y = 2x + 1$ 的反函数是 $y =$ _____.

7. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \geq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{2}{\pi}x, & x < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) =$ _____.

8. 曲线 $y = x^2$ 上点 $(1, 1)$ 处的切线的斜率为 _____.

9. 设函数 $f(x)$ 在点 $x = 1$ 处可导, 且在 $x = 1$ 处取得极值, 则 $f'(1) =$ _____.

10. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2 t dt}{x^3} =$ _____.

11. 曲线 $y = \sqrt{3x}$ 与 x 轴及直线 $x = 3$ 所围的平面图形的面积为 _____.

12. 行列式 $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$ _____.

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 且 $|A| = ad - bc \neq 0$, 则 A 的逆矩阵 $A^{-1} =$ _____.

三、计算题: 本大题共 7 小题, 每小题 6 分, 共 42 分。

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2\cos x - 2}{x^3}$.

15. 设 $y = x \ln x + 5$, 求 $y''|_{x=e}$.

16. 已知曲线 $y = a \sin x - e^x + b$ 过点 $(0, 1)$, 且曲线在点 $(0, 1)$ 处的切线与直线 $y = x + 4$ 平行, 试求 a 和 b 的值.



17. 求不定积分 $\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$.

18. 确定函数 $y = x^3 + 3x^2 - 7$ 的单调区间.

19. 计算定积分 $\int_1^e \ln x dx$.

20. 若齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

只有零解, λ 应取何值?

四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

21. 用铁皮做一个容积为 500m^3 的有盖圆柱形容器,问应如何设计,才能使用料最省?

22. 求由曲线 $y = \sqrt{2 - x^2}$ 与直线 $x = -1, x = 1$ 及 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

